

DINÂMICA TOPOLÓGICA GENÉRICA SOBRE O ESPAÇO DE CANTOR

Rômulo Maia Vermersch*, Nilson Bernardes

* UFRRJ

Resumo

O estudo de propriedades genéricas é tema clássico na área de sistemas dinâmicos. Em dinâmica topológica, tal estudo tem sido desenvolvido nos últimos quarenta anos por diversos pesquisadores. Em 2012 (veja [2]), o primeiro autor e U. Darji obtiveram resultados de caracterização das aplicações contínuas genéricas e dos homeomorfismos genéricos sobre o espaço de Cantor. Tais resultados fornecem uma estrutura de grafo bem definida para tais aplicação com a qual é possível obter, praticamente sem esforço, respostas para a dinâmica individual já conhecida (veja por exemplo [4]) e para muitos fatos completamente novos. Em [3], os autores desenvolvem um tal estudo sob o ponto de vista coletivo; isto significa estudar a dinâmica induzida ao hiperespaço de todos os subconjuntos fechados e não-vazios do espaço de Cantor munido da métrica de Hausdorff. O objetivo do presente trabalho foi desenvolver o estudo da dinâmica induzida por estas aplicações ao espaço das medidas de Borel probabilísticas munido da métrica de Prohorov (para um tratamento clássico sobre aplicações induzidas às probabilidades, veja [1]). É importante salientar que a dinâmica genérica sobre o espaço de Cantor, quando comparamos os três contextos naturais (individual, coletivo e probabilístico), pode revelar muitos contrastes interessantes. Como um exemplo, em [3] os autores provam que o homeomorfismo genérico do espaço de Cantor, quando induzido ao hiperespaço, é uniformemente distribucionalmente caótico. Em forte contraste, mostramos no presente trabalho que o homeomorfismo genérico do espaço de Cantor, quando induzido às probabilidades, não admite sequer um par de tipo Li-Yorke. Uma outra situação interessante aparece da seguinte maneira: em [2] o primeiro autor e U. Darji provaram que o homeomorfismo genérico sobre o espaço de Cantor apresenta a propriedade do sombreamento e, em [3], os autores provam que o mesmo é válido quando olhamos para a dinâmica induzida ao hiperespaço; já no presente tra-

balho, mostramos que no contexto probabilístico um tal homeomorfismo não admite nem mesmo a propriedade do sombreamento fraco. O trabalho contém ainda respostas completas para questões envolvendo conjuntos recorrentes e pontos periódicos, juntamente com um resultado do tipo "closing lemma" válido tanto para aplicações contínuas genéricas quanto para homeomorfismos genéricos. Por fim, apresentamos também resultados sobre continuidade em cadeia de aplicações contínuas e homeomorfismos.

Referências

- [1] Bauer, W., Sigmund, K. - *Topological dynamics of transformations induced on the space of probability measures*. Monatsh. Math., 79, 81-92, 1975.
- [2] Bernardes jr., N.C. and Darji, U.B. - *Graph theoretic structure of maps of the Cantor space*. Adv. Math., 231, no. 3-4, 1655-1680, 2012.
- [3] Bernardes jr., N.C. and Vermersch, R.M. - *Hyperspace dynamics of generic maps of the Cantor space*. Canad. J. Math., DOI 10.4153/CJM-2014-005-5.
- [4] Glasner, E. and Weiss, B. - *The topological Rohlin property and topological entropy*. Amer. J. Math., 123, no. 6, 1055-1070, 2001.